

Adı Soyadı:
Numarası:

Cevap Anahtarı

04.11.2021

SAYILAR TEORİSİ I QUIZ SORULARI

1) (50p) $91x + 111y = 31$ Diophant denkleminin genel çözümünü bulunuz.

$$(91, 111) = 1 | 31 \text{ çözüm var.}$$

$$111 = 1 \cdot 91 + 20$$

$$91 = 4 \cdot 20 + 11$$

$$20 = 1 \cdot 11 + 9$$

$$11 = 1 \cdot 9 + 2$$

$$9 = 4 \cdot 2 + 1$$

$$2 = 2 \cdot 1 + 0$$

$$1 = 9 - 4 \cdot 2$$

$$= -4 \cdot 11 + 5 \cdot 9$$

$$= 5 \cdot 20 - 9 \cdot 11$$

$$= -9 \cdot 91 + 41 \cdot 20$$

$$= 41 \cdot 111 - 50 \cdot 91$$

$$31 = 1271 \cdot 111 - 1550 \cdot 91$$

$$x = -1550 + 111k$$

$$y = 1271 - 91k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

2) (25p) a) p, q, r, s sıfırdan farklı tam sayılar ve $p = qr + s$ ise $(p, r) = (r, s)$ olduğunu gösteriniz.

(25p) b) a, b, q tam sayılar ve q asal olsun. $q | a^2 + b^2$ ve $q | a$ ise $q | b$ olduğunu gösteriniz.

$$a) (p, r) = k, (r, s) = t \text{ olsun}$$

$$k | p \wedge k | r \Rightarrow s = p - qr \Rightarrow k | s \Rightarrow k | t \times$$

$$t | r \wedge t | s \Rightarrow t | p \Rightarrow t | k \times \times \quad k = t$$

$$b) a^2 + b^2 = qt, \quad a = qk, \quad t, k \in \mathbb{Z} \text{ var}$$

$$b^2 = qt - a^2 \Rightarrow q | b^2 \text{ bulunur. } q \text{ asal}$$

$$q | b^2 \Rightarrow q | b \text{ dir. } q \nmid b \Rightarrow (q, b) = 1$$

$$qx + by = 1 \Rightarrow qb x + b^2 y = b \Rightarrow q | b \text{ olur ki}$$

aselski o halde kabul yanlıştır. $q | b$ dir.